§ 4. УДАР ТОЧКИ О НЕПОДВИЖНУЮ ПОВЕРХНОСТЬ

Прямой удар. Удар называют *прямым*, если скорость точки $\bar{v}$ перед ударом направлена по нормали к поверхности в точке удара M (рис. 153). После удара материальная точка отделится от поверхности, имея в общем случае скорость $\bar{u}$, направленную тоже по нормали к поверхности.

Для оценки ударных свойств поверхности и тела, принимаемого за материальную точку, введем коэффициент восстановления k. Коэффициентом восстановления называют отношение числового значения скорости точки после удара к числовому значению ее до удара, т. е.

$$k = |\bar{u}|/|\bar{v}| = u/v. \tag{13}$$

Если $k=1$, то удар называется *абсолютно упругим*. В этом случае $u=v$ и при ударе точки изменяется только направление скорости на противоположное. При $k=0$ удар считается *абсолютно неупругим*. Скорость точки при таком ударе о неподвижную поверхность после удара $u=0$. В более общем случае абсолютно неупругого удара точки по движущейся поверхности точка после удара движется вместе с соответствующей точкой поверхности. В случаях, при которых $0<k<1$, удар называют *просто упругим* (или *частично упругим*).

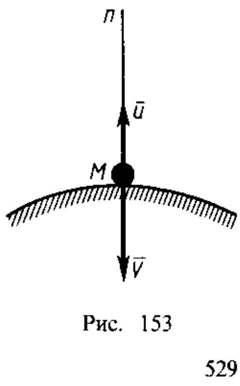

Рис. 153

Процесс удара точки о неподвижную поверхность можно разделить на фазу деформации и фазу восстановления. Фаза деформации продолжительностью τ_1 отсчитывается от момента начала удара до момента наибольшей деформации тела, которое принимается за материальную

529

точку. В конце этой фазы скорость точки при ударе о неподвижную поверхность равна нулю. В течение фазы восстановления τ_2 материальная точка от момента наибольшей деформации до ее отделения от поверхности частично восстанавливает свою первоначальную форму при упругом ударе. При абсолютно упругом ударе форма тела восстанавливается полностью. В случае абсолютно неупругого удара форма тела совсем не восстанавливается, удар имеет только одну фазу деформации. Общее время удара $\tau=\tau_1+\tau_2$. При абсолютно неупругом ударе $\tau_2=0$ и $\tau=\tau_1$.

На точку при ее прямом ударе о неподвижную поверхность со стороны поверхности действует ударная сила реакции поверхности $\bar{N}$. Она изменяется по величине в течение удара, но все время направлена по нормали к поверхности.

Применим к первой и второй фазам удара точки теорему об изменении количества движения в проекции на направление внешней нормали к поверхности, за которое принимаем направление, противоположное скорости точки до удара. Для первой фазы имеем

$$0-(-mv)=S_1,$$

где $S_1=\int_0^{\tau_1} N\,dt$ — ударный импульс силы реакции поверхности за первую фазу удара. Для второй фазы соответственно

$$mu-0=S_2,$$

где $S_2=\int_0^{\tau_2} N\,dt$ — ударный импульс силы реакции поверхности за вторую фазу удара. Действием импульсов неударных сил за время удара, например силы тяжести, пренебрегаем.

Итак, имеем

$$mv=S_1;\quad mu=S_2.$$

Отсюда

$$k=u/v=S_2/S_1. \tag{14}$$

Формула (14) дает выражение коэффициента восстановления через ударные импульсы: *коэффициент восстановления при прямом ударе точки о неподвижную поверхность равен отношению числовых значений ударных импульсов за вторую и первую фазы удара.* Выражение коэффициента восстановления через ударные импульсы, полученное при ударе точки о неподвижную поверхность, считают справедливым и в случае прямого удара точки по движущейся поверхности.

Полный ударный импульс S складывается из импульсов S_1 и S_2, т. е.

$$S=S_1+S_2=mv\left(1+\frac{u}{v}\right)=mv(1+k).$$

530

При $k=1$ $S=2mv$; при $k=0$ $S=mv$. Ударный импульс при абсолютно неупругом ударе в два раза меньше ударного импульса при абсолютно упругом ударе.

Косой удар. Удар называется непрямым или косым, если скорость точки перед ударом направлена под углом α к нормали поверхности. При $\alpha=0$ имеем прямой удар. Угол α (рис. 154) называют *углом падения*. В общем случае скорость точки $\bar{u}$ после удара составит с нормалью к поверхности угол β, который называют *углом отражения*.

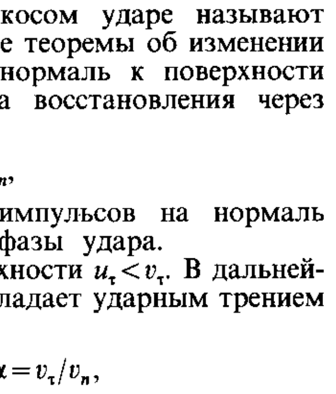

Рис. 154

Разложим скорости до и после удара на нормальные и касательные составляющие:

$$\bar{v}=\bar{v}_n+\bar{v}_\tau;\quad \bar{u}=\bar{u}_n+\bar{u}_\tau.$$

Коэффициентом восстановления при косом ударе называют величину $k=|\bar{u}_n|/|\bar{v}_n|=u_n/v_n$. Применение теоремы об изменении количества движения в проекции на нормаль к поверхности приводит к выражению коэффициента восстановления через ударные импульсы

$$k=u_n/v_n=S_{2n}/S_{1n},$$

где S_{2n} и S_{1n} — проекции ударных импульсов на нормаль к поверхности за вторую и первую фазы удара.

В случае не идеально гладкой поверхности $u_\tau<v_\tau$. В дальнейшем принимаем, что поверхность не обладает ударным трением и поэтому $u_\tau=v_\tau$. В этом случае

$$\operatorname{tg}\beta=u_\tau/u_n=v_\tau/u_n;\qquad \operatorname{tg}\alpha=v_\tau/v_n,$$

$$\operatorname{tg}\beta=\frac{1}{k}\operatorname{tg}\alpha.$$

Эта формула выражает зависимость между углом падения и углом отражения при различных коэффициентах восстановления и отсутствии ударного трения.

Экспериментальное определение коэффициента восстановления. Коэффициент восстановления можно определить экспериментально, измеряя высоту, на которую поднимется тело, обычно в форме небольшого шара, после прямого удара о поверхность (рис. 155) при падении с заданной высоты. Если шарик падает на неподвижную поверхность с высоты h_1, то его скорость непосредственно перед ударом $v=\sqrt{2gh_1}$. Сразу после удара скорость u шарика через высоту подъема его над поверхностью выражается зависимостью $u=\sqrt{2gh_2}$. Для коэффициента восстановления имеем

531

$$k=u/v=\sqrt{h_2/h_1}.$$

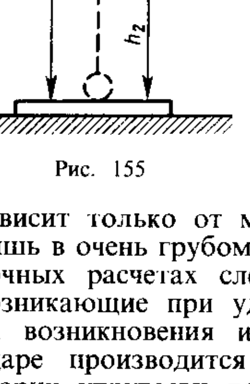

Рис. 155

Измеряя h_2 при заданном h_1, получают значения коэффициентов восстановления для различных материалов шарика и поверхности.

Многочисленные опыты показали, что коэффициент восстановления зависит не только от материала соударяющихся тел, но и от их масс, формы тел, скоростей соударения и других факторов. Использование коэффициента восстановления в расчетах (в предположении, что он зависит только от материала соударяющихся тел) допустимо лишь в очень грубом приближении к действительности. В более точных расчетах следует учитывать не только деформации, возникающие при ударе, но в некоторых случаях и процесс их возникновения и восстановления. Учет деформаций при ударе производится в задачах теории упругости. Методы теории упругости позволяют более глубоко проникать в явления удара. В теоретической механике обычно рассматриваются предельные случаи абсолютно упругого и абсолютно неупругого ударов.